

## APPRENTISSAGE DU CALCUL

### A L'AIDE DE COLLECTIONS TEMOINS ORGANISEES

#### CONTEXTE THÉORIQUE DE LA SÉQUENCE

Dans *Comment les enfants apprennent à calculer*, Rémi Brissiaud rappelle que l'utilisation des doigts pour le calcul est difficilement contrôlable : autant certains enfants peuvent utiliser leur doigts pour favoriser le calcul, autant d'autres pour faire n recomptent systématiquement leurs doigts un à un et utilisent leurs doigts pour représenter les quantités comme ils le feraient avec les jetons, c'est-à-dire sous une forme non-organisée qui ne conduit pas au calcul.

C'est pourquoi il propose d'utiliser un matériel qui a la même structure que les doigts de la main mais dont l'enseignant peut plus facilement contrôler l'usage : les réglettes avec cache. Les réglettes permettent :

- de reconnaître très rapidement les quantités représentées en utilisant le même groupement que la main,
- d'illustrer les relations numériques du type  $5+n$ ,
- une schématisation des relations numériques et favorisent l'anticipation et la vérification : grâce au cache, la solution ne s'obtient pas immédiatement par le comptage,
- une préparation explicite au calcul pensé.

Par ailleurs, en utilisant ses doigts pour surcompter, l'enfant constitue un "compteur" qui lui permet de contrôler combien de mots-nombres il énonce : progressivement il remplace les objets par des mots-nombres et cela s'accompagne sur le plan verbal de la découverte de règles. Par exemple que la relation de succession d'un mot-nombre à un autre correspond à l'ajout d'une unité/d'un objet. Par extension, pour ajouter 2 unités on prend le suivant du suivant du mot-nombre initial, etc.

"Pour favoriser le développement de bonnes compétences numériques, il ne suffit pas d'enseigner aux enfants une procédure systématique qui leur permette d'obtenir n'importe quel résultat de n'importe quelle addition, il faut surtout les aider à construire tout un réseau de relations entre quantités et cette construction nécessite l'utilisation de repères privilégiés."

<b>OBJECTIFS</b>	Découvrir le principe des réglettes avec cache. Apprendre à surcompter sur le 5. Étendre le réseau des relations numériques que connaît l'élève grâce à l'utilisation de collections-témoins organisées afin de s'en approprier d'autres que les seules relations de voisinage. Passer du comptage au calcul en utilisant les réglettes avec cache.
<b>COMPETENCES</b>	Calculer : addition, soustraction, multiplication. Écrire, nommer, comparer les nombres entiers inférieurs à 1000.
<b>MATERIEL SPECIFIQUE A PREVOIR</b>	Une série de réglettes en carton de 1 à 10 sans caches et une avec caches. Plateau de jeu de l'escalier. Billes, jetons et pots opaques pouvant servir de gobelets.

## **DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE**

### ***apprentissage du calcul***

#### ***étape 1***

##### ***Utiliser une collection témoin organisée : les réglettes avec cache***

Séance 1 : cacher les 5.

Séance 2 : le jeu de l'escalier.

Séance 3 : le jeu de l'escalier sans l'escalier.

#### ***étape 2***

##### ***Des problèmes pour inciter au calcul***

Séance 1 : le jeu du gobelet - problème de composition d'état

Séance 2 : le jeu du gobelet - problèmes de comparaison d'état

Séance 3 : le jeu du gobelet - problèmes de transformation d'états

Séance 4 : le jeu du gobelet - problèmes avec habillage

# ETAPE 1

## UTILISER UNE COLLECTION TEMOIN ORGANISEE : LES REGLETTES AVEC CACHE

### OBJECTIFS

Découvrir le principe des réglettes avec cache.  
Apprendre à surcompter sur le 5.  
Observer des relations numériques du type 5+n.

### COMPÉTENCES

Calculer : addition, soustraction, multiplication.  
Écrire, nommer, comparer les nombres entiers inférieurs à 1000.

### DURÉE D'UNE SÉANCE

20 minutes

### DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE

#### Séance 1 : cacher les 5

🔗 **Objectif** : découvrir le principe des réglettes avec cache.

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif  4 minutes	J'explique aux élèves que nous allons travailler avec un matériel nouveau qui leur permettra de progresser dans leur connaissance des nombres et qui leur sera utile pour calculer. Je dispose les réglettes devant eux et je leur demande de formuler leurs observations pour comprendre comment fonctionnent les réglettes. On observe que chaque réglette représente un nombre, qu'un cache correspond à 5 points cachés.	Écouter pour comprendre l'intérêt de l'activité. Observer le matériel et réfléchir pour comprendre son fonctionnement. Verbaliser ses déductions.
Manipulation, recherche	jeu  16 minutes	<b>Cachez les 5</b> Je propose aux élèves un jeu pour se familiariser avec les réglettes. Ils se mettent par groupes de 2 ou 3. Le jeu se joue avec un dé 0, 1, 2, des carrés unités (dix par joueur), des caches de 5 (un par joueur). Chaque joueur lance le dé à son tour et prend le nombre de carrés unités indiqué par le dé et les aligne devant lui. Le premier à arriver exactement à 10 a gagné (si le joueur fait trop, il passe son tour). Mais il faut systématiquement cacher les 5 avec un cache, si le joueur oublie de le faire, l'enseignant qui rôde ou l'adversaire replace les 5 carrés unités non-recouverts dans la pioche. <i>On peut proposer une première partie collective avec tous les élèves, ou en démonstration deux élèves devant le groupe.</i> <i>On fait verbaliser le plus souvent possible aux élèves le nombre de points déjà gagné pour observer si les élèves comptent à travers le cache, surcomptent à partir du cache,...</i>	Écouter pour comprendre la règle du jeu. Observer ou participer à une partie de démonstration pour mémoriser le déroulement du jeu. Jouer en respectant les règles. Penser à cacher les 5 avec un cache. Déterminer en approchant de 10 s'il faut prendre les carrés unités ou pas pour faire exactement 10.
Synthèse	collectif	Quand une partie est terminée, je vais valider ou non la fin de partie avec les élèves, on verbalise le score de chacun.	Verbaliser ses points en utilisant la procédure de son choix pour les compter.
Exercices	individuel ou collectif  20 minutes	<b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu. <b>En autonomie</b> : exercices pour déterminer qui a gagné avec des parties fictives. <b>A la maison</b> : chrono'math des représentations des nombres de 1 à 10 avec des réglettes ou des boîtes de Picbille.	

## Séance 2 : le jeu de l'escalier

🔗 **Objectif** : apprendre à surcompter sur le 5, observer des relations numériques du type  $5+n$ .

NB : on jouera plusieurs séances pour utiliser les variantes et approfondir les compétences des enfants.

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif  5 minutes	Je présente le matériel aux élèves : un <b>escalier</b> (dessiné sur une feuille en faisant le contour des réglettes de 1 à 10) par élève, des <b>réglettes</b> avec cache de 1 à 10 (une série par élève), un <b>pion</b> par élève et un <b>dé</b> 0, 1, 2. NB : pour la première séance, on peut utiliser les réglettes sans cache et les garder à côté ensuite en cas de besoin.	Observer le matériel et les liens entre les différents éléments.
Manipulation	jeu  15 minutes	Je suis le banquier et je dispose de la série de réglettes. Je distribue un escalier et un pion à chaque élève. Les élèves placent leur pion en bas de leur escalier. Ils lancent le dé chacun leur tour et réclament la réglette qui correspond à la marche d'arrivée du pion pour la poser sous les pieds du pion. Le premier arrivé en haut de l'escalier a gagné. <b>Variantes :</b> - si l'enfant réclame la mauvaise réglette il doit redescendre d'une marche ou à l'étape précédente, - demander à l'enfant d'énoncer la marche d'arrivée avant de faire monter son pion : " <i>je voudrais la réglette de 7, de 2, etc.</i> ", - faire descendre l'escalier au lieu de le monter, - faire monter et descendre l'escalier jusqu'à ce qu'il soit rempli en faisant des allers-retours ou en choisissant de monter ou descendre judicieusement, - jouer avec un escalier de 15.	Lancer le dé. Déplacer son pion. Commander une réglette. Vérifier s'il a commandé la bonne réglette. Attendre son tour. Dire si un joueur a gagné. Surcompter sur 5.

Exercices et systématisation	individuel ou collectif	<b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu.
	20 minutes	<b>En autonomie</b> : exercices d'identification de réglettes, d'association de réglettes avec des nombres.  <b>A la maison</b> : chrono'math des réglettes.

## Séance 3 : le jeu de l'escalier sans l'escalier

🔗 **Objectif** : déterminer le résultat d'un ajout ou d'un retrait mentalement ou en utilisant les réglettes.

NB : on jouera plusieurs séances pour approfondir les compétences des enfants.

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif  5 minutes	J'explique aux élèves que nous allons jouer au jeu de l'escalier mais en changeant un peu les règles. On ne doit plus atteindre 10 mais 30 et ils n'ont plus d'escalier à leur disposition, on le fait "dans la tête" et en utilisant son ardoise. Chacun joueur marque le départ : 0 sur son ardoise avec son petit personnage au-dessus (on peut même dessiner une marche pour bien faire le lien avec le jeu si nécessaire) puis lance le dé (un dé 4) à son tour. Il efface le 0 et le remplace par le nombre correspondant à la marche où il serait arrivé en montant l'escalier. Le premier arrivé à 30 a gagné.	Écouter pour comprendre les modifications dans les règles du jeu. Marquer 0 sur son ardoise.
Manipulation	jeu  15 minutes	<b>Matériel d'étayage possible :</b> - un escalier qui va jusqu'à 30 pour simuler le déplacement avec les cases numérotées, - les réglettes avec cache pour simuler l'opération ou les boîtes de Picbille pour faciliter la manipulation si on en utilise habituellement dans la classe.  <b>Variantes :</b> - changer le nombre à atteindre, - jouer avec un dé 6 pour augmenter la difficulté des opérations à calculer, - jouer en descendant l'escalier pour arriver à 0.	Lancer le dé. Calculer avec la stratégie qu'on préfère la marche sur laquelle on va arriver. Écrire le nombre correspondant sur son ardoise. Se corriger si nécessaire en utilisant le matériel de manipulation. Dire si un joueur a gagné.

Exercices et systématisation	individuel ou collectif  20 minutes	<b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu.  <b>En autonomie</b> : exercices reprenant la situation de jeu, exercices de calcul de petits ajouts ou retrait avec utilisation des réglettes pour calculer.  <b>A la maison</b> : bondi et chrono'math avec des petits ajouts ou retraits.
------------------------------	---	--

## ETAPE 2

# DES PROBLEMES POUR INCITER AU CALCUL

---

### OBJECTIFS

Commencer à utiliser des réglettes avec cache pour résoudre des problèmes.

Apprendre à se représenter une situation décrite par un énoncé de problème, avec du matériel puis mentalement.

Mettre en œuvre des procédures pour déterminer le résultat numérique d'un problème énoncé.

Apprendre à surcompter sur le 5.

Observer des relations numériques du type  $5+n$ .

NB : on utilisera, pour favoriser un maximum le calcul, des problèmes simples de recherche du résultat d'un ajout ou d'un retrait, pour que l'enjeu essentiel soit le mode d'obtention du résultat (par calcul). On pourra aussi utiliser des problèmes de partition ou d'égalisation en étant très vigilant sur la formulation des énoncés.

NB 2 : on évitera d'aider les élèves en dessinant car la présence de collections peut faire obstacle au calcul en favorisant le comptage. On préférera l'utilisation des réglettes avec caches pour représenter le problème et compter en préparant le calcul pensé : "le passage par 5".

### COMPÉTENCES

Calculer : addition, soustraction, multiplication.

Écrire, nommer, comparer les nombres entiers inférieurs à 1000.

### DURÉE D'UNE SÉANCE

20 minutes

### DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE

Séance 1 : le jeu du gobelet - problème de composition d'état

Séance 2 : le jeu du gobelet - problèmes de comparaison d'état

Séance 3 : le jeu du gobelet - problèmes de transformation d'états

Séance 4 : le jeu du gobelet - problèmes avec habillage

## Séance 1 : le jeu du gobelet - problème de composition d'état

↳ **Objectifs** : mettre en œuvre des procédures pour déterminer le résultat numérique d'un problème de composition. Commencer à utiliser des réglettes avec cache pour résoudre des problèmes.

↳ **Compétences** : Savoir utiliser les réglettes avec cache pour représenter un problème. Savoir déterminer le résultat d'une addition en utilisant les réglettes avec cache : calculer la somme des deux réglettes.

*NB : on jouera plusieurs séances pour approfondir les compétences des enfants.*

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif 5 minutes	<p><b><u>Présentation de la situation de jeu</u></b> Je présente le jeu aux élèves (en ajoutant un habillage contextuel si je le souhaite). J'ai n billes plates d'une couleur que je place sous un gobelet. Je rajoute n billes d'une autre couleur. Les élèves doivent noter sur leur ardoise combien ils pensent qu'il y a de billes en tout sous le gobelet. On peut, si nécessaire, motiver les élèves à chercher en récompensant les bonnes réponses par un jeton. Les élèves comparant ensuite le nombre de jetons gagnés en fin de séance.</p> <p><b><u>Présentation d'une technique</u></b> Je propose aux élèves une technique possible : avec les réglettes avec caches. On prend une réglette pour chaque lot de billes et on les met côte à côte.</p>	Observer le matériel et écouter les règles pour comprendre le jeu.
Manipulation	jeu 15 minutes	<p>Variables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- faire donner le résultat à l'oral ou sur l'ardoise,</li> <li>- utiliser toujours le même nombre de départ pour travailler une table ou utiliser à chaque fois un nombre de départ différent,</li> <li>- faire jouer les élèves en binômes,</li> <li>- essayer de ne plus utiliser les réglettes et de calculer mentalement,</li> <li>- domaine numérique utilisé plus ou moins étendu.</li> </ul>	Mettre en œuvre des procédures mentales pour se représenter la situation et donner le résultat du problème.

Exercices	individuel ou collectif 20 minutes	<p><b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu.</p> <p><b>En autonomie</b> : exercices avec des situations de jeu représentées.</p> <p><b>A la maison</b> : chrono'math des tables d'addition.</p>
-----------	---------------------------------------	---

## Séance 2 : le jeu du gobelet - problèmes de comparaison d'état

☞ **Objectifs** : mettre en œuvre des procédures pour déterminer le résultat numérique d'un problème de comparaison. Utiliser des réglettes avec cache pour résoudre des problèmes.

☞ **Compétences** : Savoir utiliser les réglettes avec cache pour représenter un problème. Savoir comparer deux états en utilisant les réglettes avec cache : calculer l'écart entre les deux réglettes.

**NB** : on jouera plusieurs séances pour approfondir les compétences des enfants.

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif 5 minutes	<p><b>Présentation de la situation de jeu</b></p> <p>Je présente le jeu aux élèves (en ajoutant un habillage contextuel si je le souhaite). J'ai n billes plates sous un premier gobelet et n billes sous un second. Je veux savoir ce que je dois faire pour avoir le même nombre de billes dans le second gobelet que dans le premier.</p> <p>Les élèves doivent noter sur leur ardoise combien ils pensent que je dois ajouter ou enlever de jetons</p> <p>On peut, si nécessaire, motiver les élèves à chercher en récompensant les bonnes réponses par un jeton.</p> <p>Les élèves comparant ensuite le nombre de jetons gagnés en fin de séance.</p> <p><b>Présentation d'une technique</b></p> <p>Je propose aux élèves une technique possible : avec les réglettes avec caches. On prend la réglette du nombre correspondant au premier gobelet, et la réglette correspondant au nombre de billes sous le second gobelet et on les compare pour déterminer l'écart entre les deux.</p>	Observer le matériel et écouter les règles pour comprendre le jeu.
Manipulation	jeu 15 minutes	<p>Variables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- faire donner le résultat à l'oral ou sur l'ardoise,</li> <li>- faire jouer les élèves en binômes,</li> <li>- essayer de ne plus utiliser les réglettes et de calculer mentalement,</li> <li>- domaine numérique utilisé plus ou moins étendu.</li> </ul>	Mettre en œuvre des procédures mentales pour se représenter la situation et donner le résultat du problème.

Exercices	individuel ou collectif 20 minutes	<p><b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu, jeux de plateau sur les écarts.</p> <p><b>En autonomie</b> : exercices avec des situations de jeu représentées.</p> <p><b>A la maison</b> : chrono'math des écarts.</p>
-----------	--	--

## Séance 3 : le jeu du gobelet - problèmes de transformation d'états

↳ **Objectifs** : mettre en œuvre des procédures pour déterminer le résultat numérique d'un problème de transformation. Utiliser des réglettes avec cache ou le calcul pour résoudre des problèmes.

↳ **Compétences** : Savoir utiliser les réglettes avec cache pour représenter un problème. Savoir déterminer le résultat d'une transformation en utilisant les réglettes avec cache : calculer la différence entre les deux réglettes.

*NB : on jouera plusieurs séances pour approfondir les compétences des enfants.*

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif  5 minutes	<p><b><u>Présentation de la situation de jeu</u></b></p> <p>Je présente le jeu aux élèves (en ajoutant un habillage contextuel si je le souhaite). J'ai n billes plates en tout et un gobelet (ou tout autre boîte opaque). Les élèves vont fermer les yeux et je vais cacher une partie des jetons dans le gobelet. Les élèves ouvrent les yeux, observent les jetons restés en dehors du gobelet, et doivent noter sur leur ardoise combien ils pensent qu'il y a de billes cachés.</p> <p>On peut, si nécessaire, motiver les élèves à chercher en récompensant les bonnes réponses par un jeton. Les élèves comparant ensuite le nombre de jetons gagnés en fin de séance.</p> <p><b><u>Présentation d'une technique</u></b></p> <p>Je propose aux élèves une technique possible : avec les réglettes avec caches. On prend la réglette du nombre de départ et la réglette du nombre final et on les compare pour déterminer la différence entre les deux.</p>	Observer le matériel et écouter les règles pour comprendre le jeu.
Manipulation	jeu  15 minutes	<p>Variables :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- faire donner le résultat à l'oral ou sur l'ardoise,</li> <li>- utiliser toujours le même nombre de départ pour travailler une table ou utiliser à chaque fois un nombre de départ différent,</li> <li>- faire jouer les élèves en binômes,</li> <li>- essayer de ne plus utiliser les réglettes et de calculer mentalement,</li> <li>- domaine numérique utilisé plus ou moins étendu.</li> </ul>	Mettre en œuvre des procédures mentales pour se représenter la situation et donner le résultat du problème.

Exercices	individuel ou collectif	<p><b>Avec l'AVS</b> : reprise du jeu.</p> <p><b>En autonomie</b> : exercices avec des situations de jeu représentées.</p>
	20 minutes	<p><b>A la maison</b> : chrono'math des tables de soustractions représentées avec les gobelets.</p>

## Séance 4 : le jeu du gobelet - problèmes avec habillage

☞ **Objectifs** : appliquer les techniques de calcul apprises pour résoudre de petits problèmes. Utiliser des réglettes avec cache ou le calcul pour résoudre des problèmes.

☞ **Compétences** : Savoir utiliser les réglettes avec cache pour représenter un problème. Savoir quelle recherche effectuer sur les nombres d'un problème en fonction de la question posée.

**NB** : on travaillera sur plusieurs séances pour approfondir les compétences des enfants.

Phases	Organisation	Activités	Activités de l'élève
Mise en route	collectif  5 minutes	J'explique aux élèves que nous allons utiliser ce qu'ils ont appris pour trouver la solution de petites énigmes. Ils seront les détectives et moi le meneur de jeu. Voici comment nous procéderons : je lirai l'énigme, puis les détectives devront dire comment les choses étaient au début de l'histoire et ce qu'il se passe. Ils doivent ensuite calculer pour trouver le fin de l'histoire.	Écouter pour comprendre de l'activité.
Recherches et manipulations	jeu  15 minutes	<i>On pourra utiliser plusieurs énigmes en fonction du temps mis par les élèves pour résoudre une énigme.</i>  Je lis l'énoncé du problème aux élèves. Un élève décrit la situation de départ et la représente avec les réglettes et avec des jetons. Un élève décrit ce qu'il se passe ensuite mais sans effectuer la manipulation. Si nous avons représenté la situation avec des jetons, je cache ces jetons sous un gobelet. Les élèves recherchent ensuite la solution au problème et notent leur réponse sur ardoise. Nous comparons les réponses puis effectuons la manipulation avec les jetons pour déterminer la réponse exacte.	Ecouter activement la lecture de l'énoncé. Identifier les données de départ du problème et les représenter. Identifier l'action faite au cours du problème et la décrire. Mettre en œuvre une procédure de calcul pour résoudre un problème.

Exercices	individuel ou collectif  20 minutes	<p><b>Avec l'AVS</b> : reprise des jeux du gobelet.</p> <p><b>En autonomie</b> : petits problèmes.</p> <p><b>A la maison</b> : chrono'math précédemment utilisés.</p>
-----------	---	---



## Apprentissage du calcul avec des collections-témoins organisées

Jeu de l'escalier	Avoir compris le principe des réglettes avec cache : savoir que 5 billes sont cachées par le cache.			
	Savoir surcompter sur 5.			
	Avoir compris qu'on peut retrouver le nombre total de billes d'une réglette en surcomptant à partir de 5 pour ce qui est caché.			
	Savoir se déplacer sur l'escalier en montant et en descendant comme sur un plateau de jeu, savoir qu'on ne compte pas la case sur laquelle on est.			
	Savoir dire sur quelle case on va arriver en comptant toutes les marches.			
	Savoir verbaliser l'action à réaliser sous une forme de presque calcul : je suis sur la case x, je monte de y, je vais arriver sur la case z.			
	Savoir dire sur quelle case on va arriver en surcomptant ou en décomptant à partir de la case sur laquelle on est.			
	Savoir dire sur quelle case on va arriver en calculant : sans effectuer de déplacement.			
Savoir trouver le chiffre à faire sur le dé pour gagner.				
Jeu du gobelet	Savoir utiliser les réglettes avec cache pour représenter un problème.			
	Savoir déterminer le résultat d'une addition en utilisant les réglettes avec cache : calculer la somme des deux réglettes.			
	Savoir déterminer le résultat d'une addition sans les réglettes.			
	Savoir comparer deux états en utilisant les réglettes avec cache : calculer l'écart entre les deux réglettes.			
	Savoir comparer deux états sans les réglettes.			
	Savoir déterminer le résultat d'une transformation en utilisant les réglettes avec cache : calculer la différence entre les deux réglettes.			
	Savoir déterminer le résultat d'une transformation sans les réglettes.			
	Etre capable d'utiliser en autonomie des procédures de résolution travaillées avec la classe.			
	Etre capable de faire évoluer ses procédures personnelles en fonction de celles découvertes en classe.			
Etre capable d'utiliser une procédure et de la mener à terme en obtenant le bon résultat.				

